



Adaptivna obdelava signalov v telekomunikacijah

2. del

1



Adaptivno sito

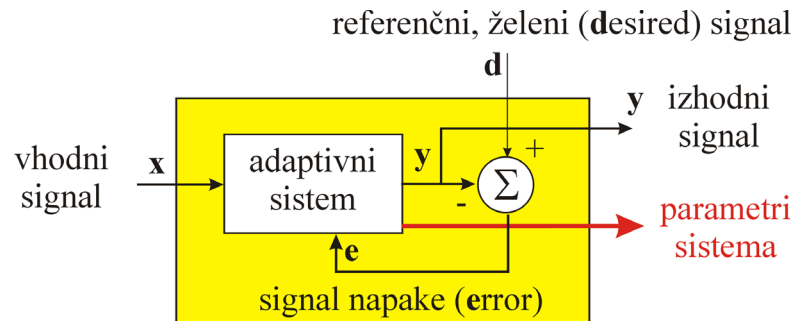
- model adaptivnega sistema :
 - vhod \mathbf{x} , izhod= \mathbf{y} , želeni signal= \mathbf{d} , signal napake= \mathbf{e} , ϵ
- struktura adaptivnega sita:
 - transversalno sito FIR
- kriterij kvalitete:
 - za kriterijsko funkcijo izberemo minimalna moč signala napake
- adaptivni sistem z eno utežjo:
 - optimalna nastavitvev sita uteži
 - minimum kriterijske funkcije
 - korelacija med \mathbf{x} in \mathbf{e} ?



2

Model adaptivnega sistema

- vhodni signal = x
- izhodni signal = y
- želeni signal = d
- signal napake = e, ε

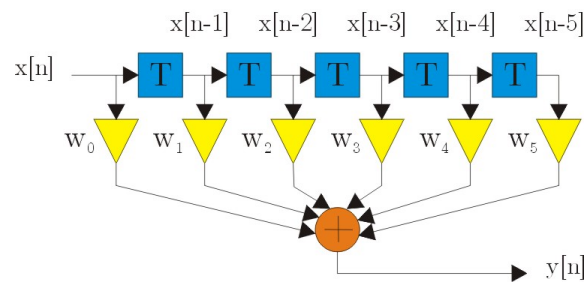


3

Adaptivno FIR sito

- Digitalno sito s končnim odzivom (FIR) ima transversalno strukturo:

transverzalno sito:



- **Adaptivno FIR sito** ima nastavljive uteži (koeficiente) w .
- Uteži sita: $w_0, w_1, w_2, \dots, w_{N-1}$ uravnava **adaptacijski algoritem**.

4

Kriterijska funkcija

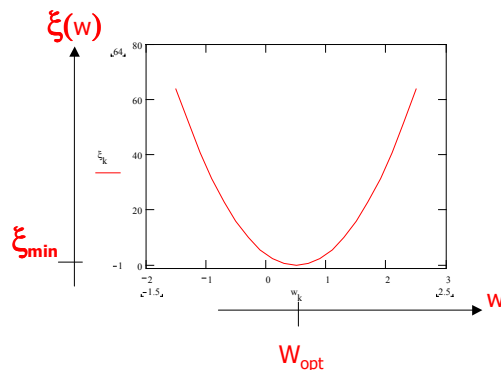
- Kriterij kvalitete določa značilna funkcija, ki jo imenujemo **kriterijska funkcija**. Kriterijsko funkcijo označimo z grško črko ξ (ksi) .
- Kot kriterijsko funkcijo bi lahko izbrali na primer:
 - vrednost napake ??!
 - povprečno vrednost napake ??!
 - povprečno absolutno vrednost napake ?
 - kvadrat napake ?
- Za kriterijsko funkcijo **izberemo srednjo kvadratično vrednost signala napake**:

$$\xi = \overline{\varepsilon^2[n]} = \overline{(d[n] - w x[n])^2}$$

5

Kriterijska funkcija

- Potek kriterijske funkcije za sito z eno utežjo w : $y[n]= x[n] w$
- Funkcija $\xi(w)$ je parabola !

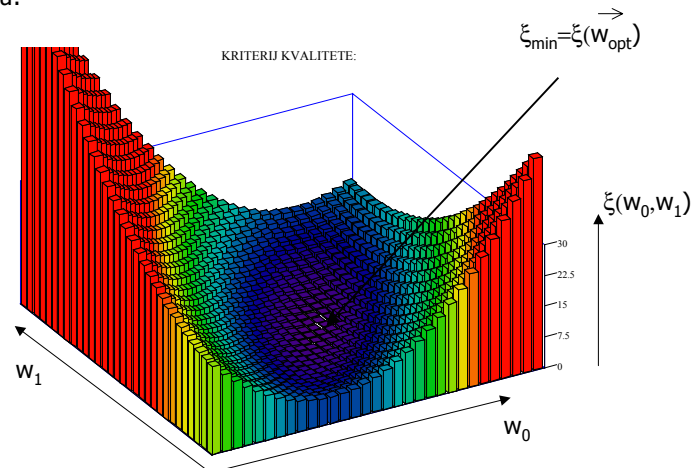


- Optimalna nastavev uteži w_{opt} daje najmanjšo povprečno vrednost signala napake ξ_{min} !

6

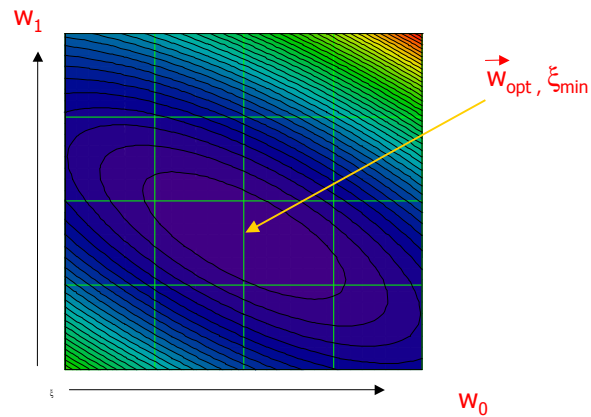
Kriterijska funkcija

- Potek kriterijske funkcije za sito z dvema utežmi: $y[n] = x[n]w_0 + x[n-1]w_1$
- Funkcija $\xi(w_0, w_1)$ je paraboloid, določa ga ploskev v tridimenzionalnem prostoru:



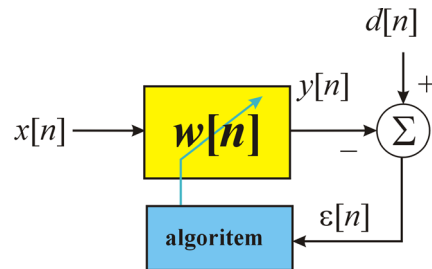
Kriterijska funkcija

- Kriterijsko funkcije za sito z dvema utežmi ponazorimo s prerezi v ravninah $\xi = \text{konst.}$
- Elipse v plastnem grafu združujejo točke (w_0, w_1) z enako vrednostjo ξ :



Adaptivni sistem z eno utežjo

- Struktura EOS je transverzalno sito (FIR) z dolžino 1:



- signali $x[n]$, $y[n]$, $d[n]$ in $\varepsilon[n]$ so časovno diskretni !

9

Optimalna nastavitve uteži

- Optimalna nastavitve uteži za sito z eno utežjo: $y[n]=w x[n]$
- Iščemo najmanjšo povprečno vrednost kvadrata signala napake:

$$\xi = \overline{\varepsilon^2[n]} = \overline{(d[n] - w x[n])^2} = \overline{x^2[n]w^2} - 2\overline{x[n]d[n]w} + \overline{d^2[n]}$$

- avtokorelacija (povprečna moč) vhodnega signala $x[n]$: $R = r_0 = \overline{x^2[n]}$
- križna korelacija med vhodnim signalom $x[n]$ in želenim signalom $d[n]$:

$$P = p_0 = \overline{x[n]d[n]}$$

- avtokorelacija (povprečna moč) želenega signala $d[n]$:

$$\overline{d^2[n]} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N-1} d^2[n]$$

- Upoštevamo nove oznake:

$$\xi = R w^2 - 2 P w + \overline{d^2[n]}$$

10

Optimalna nastavitvev uteži

- upoštevamo nove oznake: $\xi = Rw^2 - 2Pw + \overline{d^2[n]}$

- poiščemo minimum funkcije $\xi(w)$:

$$\frac{d\xi}{dw} = 2(Rw - P)|_{w=w_{opt}} = 0$$

- optimalna nastavitvev uteži je:

$$w_{opt} = \frac{P}{R}$$

- povprečna moč signala napake pri optimalni nastavitvi uteži:

$$\xi_{min} = \frac{P^2}{R} - 2\frac{P^2}{R} + \overline{d^2[n]} = \overline{d^2[n]} - w_{opt}P$$

11

Korelacija med signaloma e in x

- Pri optimalni nastavitvi uteži signal napake e ni koreliran z vhodnim signalom x : $w=w_{opt} \rightarrow E(xe)=0$

- optimalna nastavitvev uteži je: $w_{opt} = \frac{P}{R}$

- Korelacija med e in x = povprečna vrednost produkta ex :

$$\overline{\varepsilon[n]x[n]} = \overline{d[n]x[n]} - w_{opt}x^2[n]$$

- izračunamo povprečje produkta ex pri optimalni nastavitvi uteži:

$$\overline{\varepsilon[n]x[n]} = \overline{d[n]x[n]} - \frac{P}{R}\overline{x^2[n]} = 0$$

12