



# Adaptivna obdelava signalov v telekomunikacijah

---

## 3. del

2003/04

1



## Pregled tem:

---

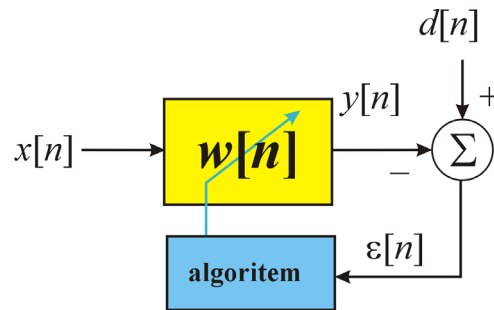
- adaptivni sistem z eno utežjo
- potek kriterijske funkcije
- vpliv šuma v referenčnem signalu
- korelacija med vhodnim signalom in signalom napake
  - Zgled: Izločevalnik presluha
- Iskanje optimalne uteži na osnovi gradienta kriterijske funkcije
  - Gradient kriterijske funkcije
  - Rekurzivno popravljanje uteži
  - Konvergenca postopka
  - Krivulja učenja



2

## Adaptivni sistem z eno utežjo

- model:



- signali  $x[n]$ ,  $y[n]$ ,  $d[n]$  in  $\varepsilon[n]$  so časovno diskretni !

3

## Kriterijska funkcija - (ponovitev)

- Potek kriterijske funkcije za sito z eno utežjo  $w$ :  $y[n] = x[n]w$
- Funkcija  $\xi(w)$  je parabola !
- Optimalna nastavitev uteži  $w_{opt}$  daje najmanjšo povprečno vrednost signala napake  $\xi_{min}$  !

$$\xi = Rw^2 - 2Pw + \overline{d^2[n]}$$

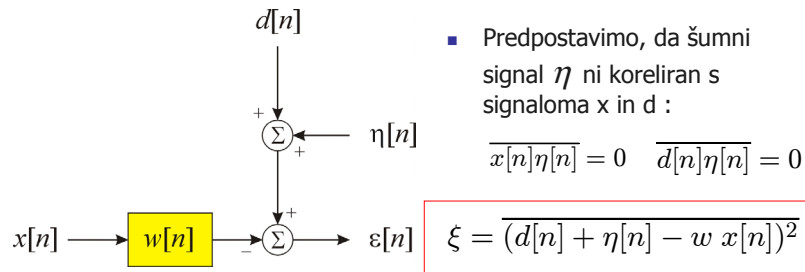
$$w_{opt} = \frac{P}{R}$$

$$\xi_{min} = \frac{P^2}{R} - 2\frac{P^2}{R} + \overline{d^2[n]} = \overline{d^2[n]} - w_{opt}P$$

4

## Šum v referenčnem signalu

- Kaj se zgodi, če nimamo na razpolago "čistega" referenčnega signala ?



- Predpostavimo, da šumni signal  $\eta$  ni koreliran s signaloma  $x$  in  $d$  :

$$\overline{x[n]\eta[n]} = 0 \quad \overline{d[n]\eta[n]} = 0$$

- moč šuma se prišteje k moči signala napake:

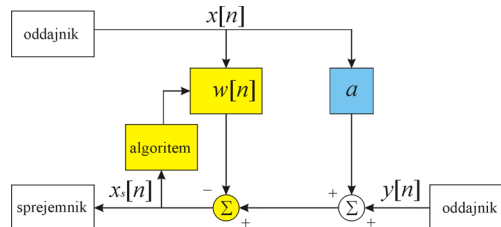
$$\xi = R w^2 - 2 P w + \overline{d^2[n]} + \overline{\eta^2[n]}$$

- optimalna vrednost uteži je enaka kot v brezšumnem primeru !

5

## zgled: izločevalnik presluha

- Izločiti želimo preslušni signal, ki se prenaša v sprejemnik iz lastnega oddajnika:



- Za kriterijsko funkcijo izberemo srednjo kvadratično vrednost sprejetega signala  $e = x_s$ :

$$\begin{aligned} \overline{x_s^2[n]} &= \overline{(x[n]a - x[n]w + y[n])^2} = \\ &= R w^2 - 2(aR + \overline{x[n]y[n]})w + 2a\overline{x[n]y[n]} + a^2 R + \overline{y^2[n]} \end{aligned}$$

- Optimalna vrednost uteži je v primeru, da sta signala  $x$  in  $y$  nekorelirana enaka:  $w_{opt} = a$

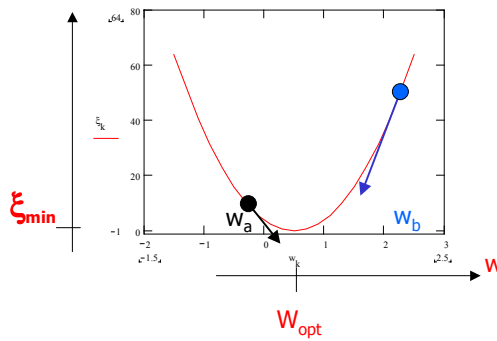
6

## Gradient kriterijske funkcije

- Za filter z eno utežjo je gradient enak odvodu kriterijske funkcije:

$$\frac{d\xi}{dw} = 2(Rw - P)$$

$$\xi(w) \quad \xi = Rw^2 - 2Pw + \overline{d^2[n]} + \overline{\eta^2[n]}$$

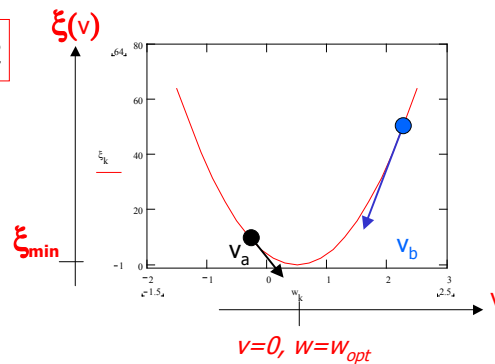


7

## Gradient kriterijske funkcije

- Gradient izrazimo v premaknjem koordinatnem sistemu.
- Parameter  $v$  predstavlja odmik od optimalne vrednosti:  $v = w - w_{opt}$

$$\xi = \xi_{min} + v^2 R$$



- Gradient kriterijske funkcije:

$$\frac{d\xi}{dw} = \frac{d\xi}{dv} = 2vR$$

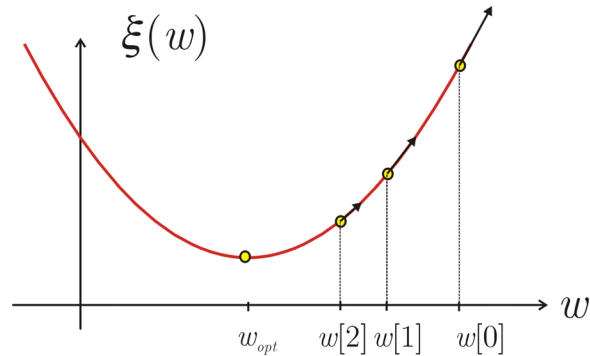
8

## Rekurzivno popravljanje uteži

Postopek popravljanja uteži:

1. izberemo začetno vrednost uteži  $w[0]$
2. izmerimo naklon kriterijske funkcije
3. v skladu z naklonom popravimo utež
4. postopek nadaljujemo --> 2.

$$w[m + 1] = w[m] - \mu \nabla[m]$$



9

## Analiza gradientnega algoritma

- **algoritem** popravljanja uteži:

$$w[m + 1] = w[m] - \mu \nabla[m]$$

- izrazimo **gradient** uteži:

$$\nabla[m] = \left. \frac{d\xi}{dw} \right|_{w[m]} = 2(w[m] - w_{opt})R$$

- označimo konstanto  $k$ :

$$k = 1 - 2\mu R$$

- preuredimo enačbo:

$$w[m + 1] = kw[m] + (1 - k)w_{opt}$$

- na osnovi zapisa prvih nekaj popravkov zapišemo splošno enačbo:

$$w[m] = w_{opt} + k^m (w[0] - w_{opt})$$

- kdaj je algoritem stabilen ?

odmik od optimalne vrednosti

10

## Stabilnost gradientnega algoritma

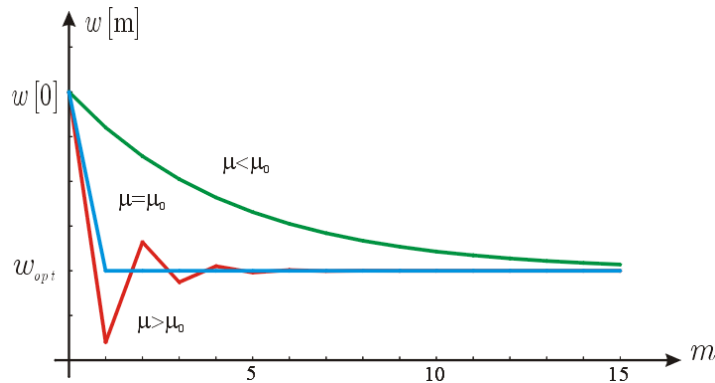
- **algoritem** popravljanja uteži:  $w[m+1] = w[m] - \mu \nabla[m]$
- kdaj postopek konvergira?  $w[m] = w_{opt} + k^m (w[0] - w_{opt})$   
 $|k| < 1$
- **pogoj stabilnosti gradientnega algoritma:**  
 $0 < \mu < \frac{1}{R}$
- najhitrejšo adaptacijo daje  $k=0$ , kar ustreza pogoju:
  - $0 < \mu < \mu_0$
  - $\mu = \mu_0$
  - $\mu_0 < \mu < 1$

11

## Potek popravljanja uteži

glede izbire parametra  $\mu$  ločimo tri stabilne primere:

- **podkritična vrednost**  $\mu$  :  $0 < \mu < \mu_0$
- **kritična vrednost**  $\mu$  :  $\mu = \mu_0$
- **nadkritična vrednost**  $\mu$  :  $\mu_0 < \mu < 1$

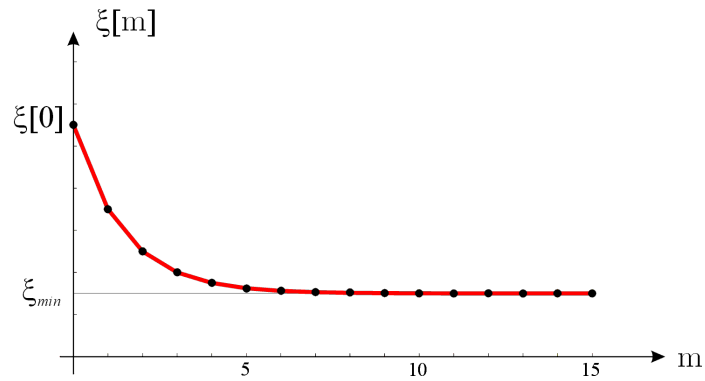


12

## Krivulja učenja

- Potek zaporedja srednje kvadratične napake  $\xi[m]$  imenujemo **krivulja učenja**

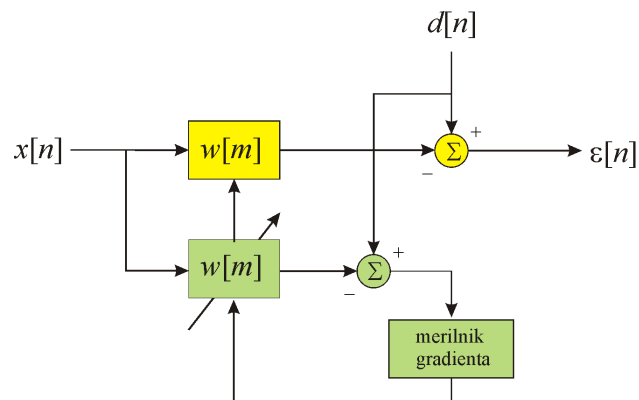
$$\xi[m] = \xi_{min} + R(w[0] - w_{opt})^2 k^{2m}$$



13

## Izračun gradienta

- za meritev gradienta potrebujemo **vzporedni sistem**:



14